

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΝΔΟΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Β΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΣΑΒΒΑΤΟ 29 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2023

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

ΘΕΜΑ Α

A1. Να δώσετε τους ορισμούς των:

- i. γνησίως αύξουσας συνάρτησης σε διάστημα Δ
- ii. περιττής συνάρτησης

Μονάδες 6

A2. Να αποδείξετε ότι $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.

Μονάδες 7

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- i. Εάν δύο ευθείες ϵ_1, ϵ_2 είναι παράλληλες, τότε το γραμμικό σύστημα των εξισώσεών τους είναι αόριστο
- ii. Σε μία άρτια συνάρτηση, η γραφική της παράσταση είναι συμμετρική ως προς τον άξονα $y'y$.
- iii. Η συνάρτηση $f(x) = |x-1| - |x+1|$ είναι περιττή.
- iv. Ισχύει $\eta\mu^2\chi + \sigma\upsilon\nu^2\psi = 1$ για κάθε $\chi, \psi \in \mathbb{R}$
- v. Υπάρχει γωνία χ τέτοια ώστε να ισχύει $\eta\mu\chi = \frac{2}{5}$ και $\sigma\upsilon\nu\chi = \frac{3}{5}$.
- vi. Αν $180^\circ < \chi < 270^\circ$ τότε $\eta\mu\chi < 0$ και $\sigma\upsilon\nu\chi > 0$.

Μονάδες 2x6=12

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ Β

B1. Να λύσετε το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{\chi}{2} - 1 = \frac{\psi}{4} \\ \frac{\chi-1}{2} - \frac{\chi-2\psi}{3} = \frac{4}{3} \end{cases}$$

Μονάδες 4

B2. Δίνονται οι ευθείες: $(\varepsilon_1): 2x + y = 6$, $(\varepsilon_2): x - 2y = -3$

- α) Να προσδιορίσετε αλγεβρικά το κοινό τους σημείο Μ.
- β) Να βρείτε για ποια τιμή του α, η ευθεία $3x + \alpha y = \alpha + 5$ διέρχεται από το Μ.

Μονάδες 6

B3. Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = x^2 + 5 \text{ και } g(x) = \sqrt{x^2 - 4}$$

- α) Να βρείτε τα πεδία ορισμού των δύο συναρτήσεων. **Μονάδες 3**
- β) Να μελετήσετε την f ως προς τα ακρότατα. **Μονάδες 2**
- γ) Να μελετήσετε αν η g είναι άρτια ή περιττή. **Μονάδες 3**
- δ) Να βρείτε τον τύπο μιας συνάρτησης φ της οποίας η γραφική παράσταση προκύπτει από την μετατόπιση της γραφικής παράστασης της f κατά 2 μονάδες προς τα πάνω και 1 μονάδα προς τα δεξιά. **Μονάδες 3**

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Αν $3\sin^2\omega + \eta\mu^2\omega = \frac{3}{2}$ και $\frac{3\pi}{2} < \omega < 2\pi$, να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω.

Μονάδες 9

Γ2. Αν $\eta\mu\omega = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin\omega = \frac{1}{2}$ και $\varepsilon\phi\omega = -\sqrt{3}$

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

i. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $A = \frac{12 \sin(15\pi - \omega)}{\sin\left(\frac{17\pi}{2} - \omega\right) \cos(2024\pi - \omega)}$

Μονάδες 6

ii. Δίνεται η παράσταση $B = \sqrt{(3\eta\mu\alpha + \Lambda\sigma\upsilon\alpha)^2 + (\Lambda\eta\mu\alpha - 3\sigma\upsilon\alpha)^2}$

Να δείξετε ότι η παράσταση B έχει σταθερή τιμή.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η παράσταση $K(\chi) = \frac{\eta\mu^4\chi - \sigma\upsilon\nu^4\chi + \sigma\upsilon\nu^2\chi}{1 - \sigma\upsilon\nu\chi}$ με $\frac{\pi}{2} < \chi < \pi$

Δ1. Ναδειχτεί ότι $K(\chi) = 1 + \sigma\upsilon\nu\chi$

Μονάδες 9

Δ2. Αν $\sigma\upsilon\nu\chi = -\frac{4}{5}$ να υπολογίσετε την παράσταση $K(\chi) \cdot \epsilon\phi\chi$

Μονάδες 6

Δ3. να δείξετε ότι:

$$\frac{\eta\mu\chi}{K(\chi)} + \frac{K(\chi)}{\eta\mu\chi} + \frac{2}{\eta\mu\chi}$$

Μονάδες 10

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μια (1) ώρα και δεκαπέντε (15) λεπτά μετά τη διανομή των θεμάτων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ