

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΝΔΟΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 29 ΑΥΓΟΥΣΤΟΥ 2024
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση f λέγεται γνησίως φθίνουσα σε ένα διάστημα Δ του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 7

A2. Πότε μια συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ λέγεται 1-1;

Μονάδες 8

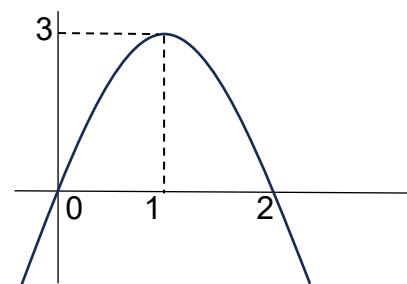
A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιο σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί στη κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, και **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- Η γραφική παράσταση $|f|$ αποτελείται μόνο από τα τμήματα της C_f που βρίσκονται πάνω από τον άξονα $x'x$.
- Αν υπάρχει η αντίστροφη συνάρτησης $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, τότε $f(f^{-1}(x)) = x$, για κάθε $x \in A$.
- Αν η συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ είναι γνησίως μονότονη, τότε η εξίσωση $f(x) = 0$, έχει το πολύ μία ρίζα.
- Έστω οι συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$ και $g: B \rightarrow \mathbb{R}$. Τότε η συνάρτηση $f + g$ ορίζεται αν $A \cap B \neq \emptyset$.
- Έστω συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$. Αν για $x_1, x_2 \in A$ ισχύει $f(x_1) \neq f(x_2)$, τότε θα είναι και $x_1 \neq x_2$.

Μονάδες 2x5=10

ΘΕΜΑ Β

Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f που είναι ορισμένη στο \mathbb{R} .



ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

B1. Να γράψετε το σύνολο τιμών της f .

Μονάδες 5

B2. Να συγκρίνετε τις τιμές $f\left(\frac{1}{2}\right)$ και $f\left(\frac{1}{3}\right)$.

Μονάδες 6

B3. Να λύσετε την ανίσωση $f(2x^2 + 1) - f(x^2 + 2) > 0$.

Μονάδες 7

B4. Να λύσετε την εξίσωση $f(e^x) = 3$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{1-x}$ και $g(x) = \ln x$.

Γ1. Να βρείτε τη συνάρτηση $f + g$.

Μονάδες 5

Γ2. Να βρείτε τη συνάρτηση $h = f \circ g$.

Μονάδες 7

Γ3. Να δείξετε ότι η συνάρτηση $\varphi(x) = h(x) - x^2$ είναι γνησίως φθίνουσα.

Μονάδες 6

Γ4. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{\sqrt{1-\ln x}}{x} = 1$.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, με $f(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$, για την οποία ισχύει $f(x) + 3e^{f(x)} = x + 3$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα.

Μονάδες 7

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Δ2. Να αποδείξετε η συνάρτηση f αντιστρέφεται και να βρείτε τη συνάρτηση f^{-1} .

Μονάδες 4

Δ3. Να βρείτε το διάστημα όπου η C_f βρίσκεται πάνω από την ευθεία $y = x$.

Μονάδες 6

Δ4. Να λύσετε την ανίσωση $x^2 - x - 2 < f(x^2) - f(x + 2)$.

Μονάδες 8

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μια (1) ώρα και δεκαπέντε (15) λεπτά μετά τη διανομή των θεμάτων.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ