

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΝΔΟΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 4 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2023
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι: $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ και $\sigma\phi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$, $\eta\mu\omega \neq 0$, $\sigma\upsilon\nu\omega \neq 0$

Μονάδες 7

A2. Πότε μια συνάρτηση f ονομάζεται περιττή.

Μονάδες 4

A3. Πότε μια συνάρτηση f λέμε ότι είναι γνησίως φθίνουσα

Μονάδες 4

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας, τη λέξη ΣΩΣΤΟ ή ΛΑΘΟΣ, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i) Η καμπύλη της g με τύπο $g(x) = (x - 2)^2$, $x \in \mathbb{R}$ προκύπτει από οριζόντια μετατόπιση της καμπύλης f με τύπο $f(x) = x^2$, $x \in \mathbb{R}$ κατά 2 μονάδες προς τα δεξιά.

ii) Αν μια συνάρτηση είναι άρτια, τότε έχει κέντρο συμμετρίας της αρχή των αξόνων.

iii) Ισχύει $\frac{\alpha}{\pi} = \frac{\mu}{360}$ όπου μ το μέτρο μιας γωνίας ω σε μοίρες και α σε rad.

iv) Η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \epsilon\phi x$ είναι γνησίως αύξουσα στο σύνολο \mathbb{R} των πραγματικών αριθμών.

v) Οι ευθείες $\epsilon_1: y = \frac{1}{2}x - 5$ και $\epsilon_2: x - 2y - 5 = 0$ είναι παράλληλες.

Μονάδες 10

ΤΕΛΟΣ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΘΕΜΑ Β

Έστω η συνάρτηση $f(x) = 4 - 3\eta\mu 2x$

B1. Να βρείτε τις τιμές $f(\frac{\pi}{4})$, $f(\frac{\pi}{8})$, $f(\frac{\pi}{3})$ και την περίοδο T της συνάρτησης.

Μονάδες 12

B2. Να λυθεί η εξίσωση $f(x) = \frac{5}{2}$.

Μονάδες 7

B3. Να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της συνάρτησης.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{\alpha+1}{2} \sigma\upsilon\nu(\beta x)$, με $\alpha, \beta > 0$, η οποία έχει ελάχιστο -2

και περίοδο $\frac{\pi}{2}$

Γ1. Να δείξετε ότι $\alpha = 3$ και $\beta = 4$.

Μονάδες 5

Γ2. Δίνεται η παράσταση $A =$. Να δείξετε ότι $A = -1$.

Μονάδες 10

Γ3. Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2A$, στο διάστημα $[\pi, \frac{3\pi}{2}]$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu^2(\pi - x) - 3\eta\mu(\frac{\pi}{2} + x) + \alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

Δ1. Να δείξετε ότι $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu^2 x - 3\sigma\upsilon\nu x + \alpha$.

Μονάδες 8

Δ2. Να εξετάσετε αν η συνάρτηση f είναι άρτια ή περιττή.

Μονάδες 5

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Δ3. Να βρείτε το a αν είναι γνωστό ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $M(\frac{\pi}{3}, 1)$.

Μονάδες 5

Δ4. Για $a=2$ και $g(x)= 2\eta\mu^2x+9\sigma\upsilon\nu x-9$, να εξετάσετε (αν υπάρχουν) κοινά σημεία των γραφικών παραστάσεων των συναρτήσεων f και g .

Μονάδες 7

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μια (1) ώρα και δεκαπέντε (15) λεπτά μετά τη διανομή των θεμάτων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ