

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΝΔΟΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ**

**Β΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**

**ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ**

**ΚΥΡΙΑΚΗ 13 ΝΟΕΜΒΡΙΟΥ 2022**

**ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Για κάθε γωνία  $\omega$  να αποδείξετε ότι ισχύει  $\sigma\upsilon\nu^2\omega + \eta\mu^2\omega = 1$ .

**(Μονάδες 6)**

**A2.** Τί σημαίνει, γραφικά, ότι ένα γραμμικό σύστημα:

- i. Έχει μοναδική λύση;
- ii. Είναι αδύνατο;
- iii. Είναι αόριστο;

**(Μονάδες 3x3=9)**

**A3.** Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις, να σημειώσετε Α αν ο ισχυρισμός είναι αληθής ή Ψ αν είναι ψευδής στην κόλλα σας

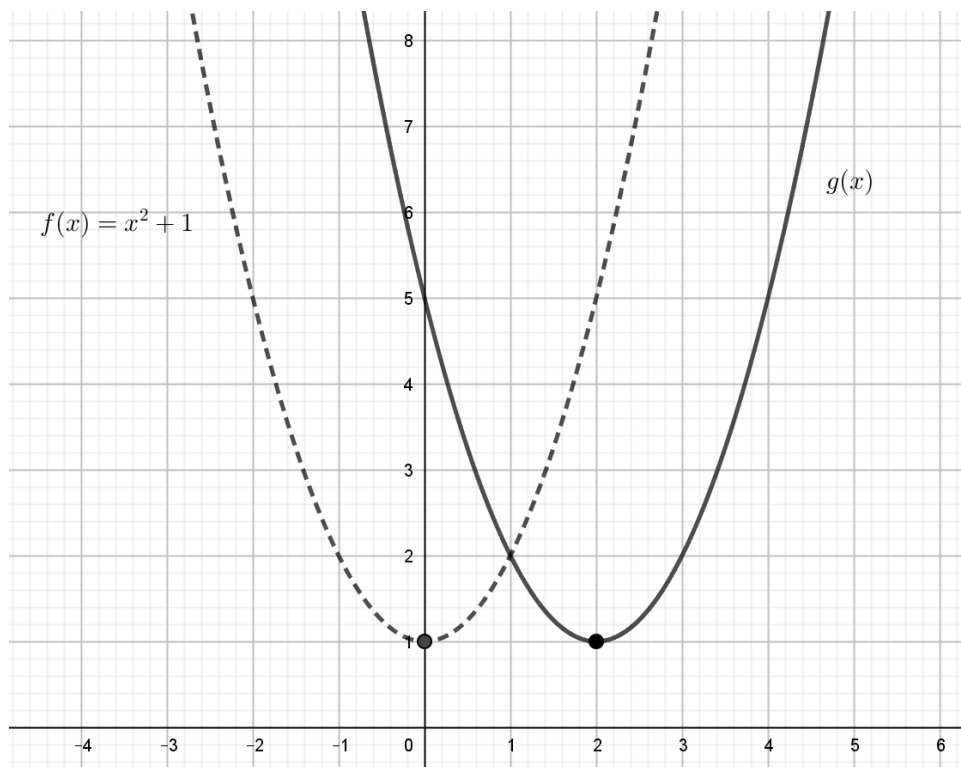
- i. Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα τότε η  $-f$  είναι γνησίως αύξουσα.
- ii. Η συνάρτηση  $f: (0,2) \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο  $f(x) = \frac{3x^2+1}{x}$  είναι περιττή.
- iii. Αν η ελάχιστη τιμή μιας συνάρτησης είναι ίση με 3 τότε η εξίσωση  $f(x) = 0$  είναι αδύνατη.
- iv. Για κατάλληλη γωνία  $\omega$  ισχύει η ταυτότητα:  $\frac{1}{\varepsilon\varphi^2\omega} = \sigma\upsilon\nu^2\omega + 1$ .
- v. Μια συνάρτηση μπορεί να έχει μόνο μέγιστο ή μόνο ελάχιστο αλλά ποτέ και τα δύο.

**(Μονάδες 2x5=10)**

**ΘΕΜΑ Β**

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = x^2 + 1$  και η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης  $g(x)$  με  $x \in \mathbb{R}$ .

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ



**A.**

i. Είναι η  $f$  άρτια ή περιττή συνάρτηση; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

ii. Έχει η  $f$  μέγιστη τιμή ή ελάχιστη; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

(Μονάδες 7)

**B.**

i. Με ποια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της  $f$  προέκυψε η γραφική παράσταση της  $g$ ;

(Μονάδες 7)

ii. Να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης  $g$ .

(Μονάδες 4)

**ΘΕΜΑ Γ**

Γ1. Έστω γωνία  $\theta \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  τέτοια ώστε  $\sin\theta = \frac{4}{5}$ . Να βρεθούν οι υπόλοιποι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας  $\theta$ .

(Μονάδες 6)

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

Γ2. Να εξετάσετε αν υπάρχει γωνία  $\omega \in \left(\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right)$  της οποίας οι τριγωνομετρικοί αριθμοί να

είναι λύση του συστήματος: 
$$\begin{cases} \frac{2\sigma\upsilon\nu\omega+3}{4} + \frac{4\eta\mu\omega-1}{3} = \frac{\eta\mu\omega+\sigma\upsilon\nu\omega}{6} \\ \frac{2\eta\mu\omega-\sigma\upsilon\nu\omega}{3} + \frac{4\sigma\upsilon\nu\omega-\eta\mu\omega}{5} = \frac{5\sigma\upsilon\nu\omega+2\eta\mu\omega}{15} \end{cases}$$

(Μονάδες 12)

Γ3. Για γωνία  $\varphi \in \left(0, \frac{\pi}{4}\right) \cup \left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}\right)$  να αποδείξετε ότι  $\frac{\varepsilon\varphi\varphi}{1-\sigma\varphi\varphi} + \frac{\sigma\varphi\varphi}{1-\varepsilon\varphi\varphi} - 1 = \frac{1}{\eta\mu\varphi \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}$ .

(Μονάδες 7)

**ΘΕΜΑ Δ**

Με συρματόπλεγμα μήκους 20 m θέλουμε να περιφράξουμε οικόπεδο σχήματος ορθογωνίου με διαστάσεις  $x$  και  $y$ , όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

α) Να εκφράσετε την πλευρά  $y$  ως συνάρτηση της πλευράς  $x$  και να βρείτε τις δυνατές τιμές της πλευράς  $x$ .

(Μονάδες 7)

β) Να αποδείξετε ότι το εμβαδόν  $E(x)$  του ορθογωνίου ως συνάρτηση του  $x$  δίνεται από τη συνάρτηση  $E(x) = -(x-5)^2 + 25$  και να βρείτε το πεδίο ορισμού της στο πλαίσιο του προβλήματος.

(Μονάδες 7)

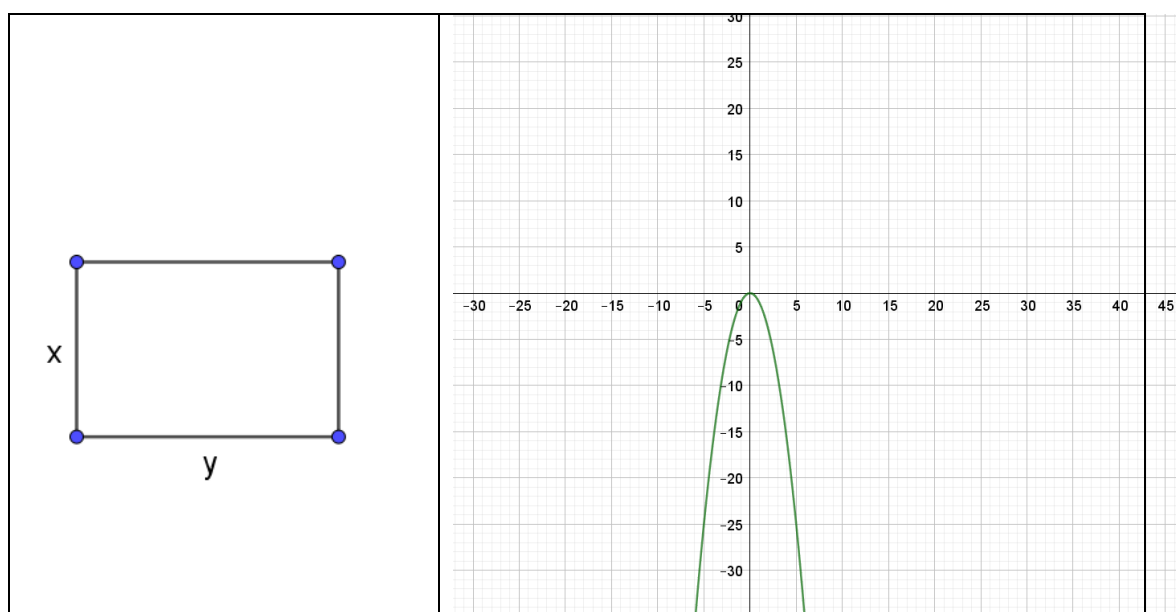
γ) Παρακάτω δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $g(x) = -x^2$ . Μετατοπίζοντάς τη κατάλληλα, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $E(x)$  και με βάση αυτή, να βρείτε το  $x$  έτσι ώστε το εμβαδόν  $E(x)$  του ορθογωνίου να γίνεται μέγιστο.

(Μονάδες 7)

ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

δ) Για την τιμή του  $x$  που βρήκατε στο ερώτημα γ), να βρείτε την πλευρά  $y$  και να προσδιορίσετε το είδος του ορθογωνίου.

(Μονάδες 4)



**ΟΔΗΓΙΕΣ** (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μια (1) ώρα και δεκαπέντε (15) λεπτά μετά τη διανομή των θεμάτων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**  
**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ