

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΝΔΟΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ

Α΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ

ΚΥΡΙΑΚΗ 23 ΟΚΤΩΒΡΙΟΥ 2022

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ Α

1. Να αποδείξετε την ιδιότητα $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$

(Μονάδες 7)

2. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω σχέσεις ώστε να είναι ορθές:

i. $|\alpha| \dots |- \alpha|$

ii. $|\alpha| = \begin{cases} \dots, & \text{αν } \alpha \geq 0 \\ \dots, & \text{αν } \alpha < 0 \end{cases}$

iii. Αν $\theta > 0$, τότε: $|x| = \theta \Leftrightarrow \dots$

iv. $d(\alpha, \beta) = \dots$

(Μονάδες 4x2)

3. Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις, να σημειώσετε Α αν ο ισχυρισμός είναι αληθής ή Ψ αν είναι ψευδής στην κόλλα σας

i. Αν $\alpha > \frac{1}{\alpha}$, τότε $\alpha > 1$.

ii. Αν $\alpha < \beta < 0$, τότε $\alpha^2 > \beta^2$

iii. $(\alpha^2 - 1)^2 + (\alpha + 1)^2 > 0$

iv. $(\alpha = \beta \text{ και } \gamma = \delta) \Leftrightarrow \alpha + \gamma = \beta + \delta$

v. Αν $\alpha > \beta$ και $\gamma < \delta$ τότε $\alpha - \gamma > \beta - \delta$

(Μονάδες 5x2)

ΘΕΜΑ Β

1. Να κάνετε τις πράξεις:

i. $\frac{18x^4y^{-5}}{6x^{-2}y^4}$

ii. $\frac{7x^4y^{-3} - 3x^{-5}y^4}{x^{-4}y^3}$

iii. $\frac{3(x+y)^3(x-y)^4}{6(x-y)^2(x+y)^5}$

iv. $\left[\frac{x^3y^{-1}z^{-2}}{x^{-2}y^{-2}z} \right]^{-2}$

v. $\frac{3x-5y}{(2x-3y)^2} : \frac{(3x-5y)^2}{4x^2-9y^2}$

(Μονάδες 5x4)

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

2. Αν $x = 2$ και $y = -1$, να βρείτε τις τιμές των παραστάσεων:

- $x^5(xy^4)^3 : (x^{-4}; y)^{-3}$
- $[(x^4y^{-2})^3 : (x^{-2}y^6)^{-1}]^2$

(Μονάδες 2+3)

ΘΕΜΑ Γ

1. Αν $2 \leq x \leq 3$ και $1 \leq y \leq 2$, να βρείτε μεταξύ ποιων τιμών κυμαίνεται η τιμή καθεμιάς από τις παρακάτω παραστάσεις:

- $x+y$
- $2x-3y$
- $\frac{x}{y}$

(Μονάδες 3x5)

2. Δίνονται πραγματικοί αριθμοί α, β , με $\alpha > 0$ και $\beta > 0$. Να αποδείξετε ότι:

- $\alpha + \frac{4}{\alpha} \geq 4$
- $\left(\alpha + \frac{4}{\alpha}\right)\left(\beta + \frac{4}{\beta}\right) \geq 16$

(Μονάδες 2x5)

ΘΕΜΑ Δ

1. Να αποδείξετε ότι οι παρακάτω ανισότητες ισχύουν για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και να βρείτε για ποιες τιμές του x ισχύουν οι ισότητες. $x^2 + x + 1 \geq \frac{3}{4}$ και $x^2 - x + 1 \geq \frac{3}{4}$

(Μονάδες 4+4)

2. Να δείξετε ότι $(x^2 + x + 1)(x^2 - x + 1) > \frac{9}{16}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

(Μονάδες 7)

3. Δίνεται η παράσταση $A = \frac{(x^3-1)(x^3+1)}{x^2-1}$

- Να βρείτε για ποιες τιμές του $x \in \mathbb{R}$ ορίζεται η παράσταση A .
- Μπορεί η παράσταση A να λάβει την τιμή $\frac{5}{10}$;

(Μονάδες 5)

(Μονάδες 5)

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

- Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
- Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.

ΤΕΛΟΣ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μια (1) ώρα και δεκαπέντε (15) λεπτά μετά τη διανομή των θεμάτων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ