

Γεωμετρία

A Λυκείου

Όνομα :

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1^ο

1. Να αποδείξετε ότι μια ευθεία και ένας κύκλος έχουν το πολύ δύο κοινά σημεία.
2. Να συμπληρώσετε τα κενά
 - i. Η χ δεν έχει κανένα κοινό σημείο με τον κύκλο και λέγεται..... ευθεία του κύκλου.
 - ii. Η χ έχει ένα μόνο κοινό σημείο με τον κύκλο και λέγεταιτου κύκλου στο σημείο A. Το σημείο A λέγεται της ευθείας με τον κύκλο
 - iii. Αν , η ευθεία δεν έχει κοινά σημεία με τον κύκλο.
 - iv. Αν , η ευθεία έχει ένα μόνο κοινό σημείο με τον κύκλο.
 - v. Αν , η ευθεία έχει δύο κοινά σημεία με τον κύκλο.
 - vi. Τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου ,που άγονται από σημείο εκτός αυτού είναι.....μεταξύ τους.
3. Αν (K, R) και (Λ, ρ) είναι δύο κύκλοι που έχουν διαφορετικά κέντρα και $R > \rho$, $K\Lambda = \delta$, να αντιστοιχίσετε κάθε φράση της πρώτης στήλης με την αντίστοιχη σχέση στη δεύτερη στήλη.

Στήλη A	Στήλη B
	1. $\delta > R + \rho$
α. Ο κύκλος (Λ, ρ) είναι εσωτερικός του (K, R) .	2. $\delta = R + \rho$
β. Ο κύκλος (Λ, ρ) εφάπτεται εσωτερικά του (K, R) .	3. $\delta = R - \rho$
γ. Οι κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) τέμνονται.	4. $\delta < R - \rho$
δ. Οι κύκλοι εφάπτονται εξωτερικά.	5. $2\delta = R - \rho$
ε. Κάθε κύκλος είναι εξωτερικός του άλλου.	6. $\rho < \delta < R$
	7. $2\delta = R\rho$
	8. $R - \rho < R + \rho$

Θέμα 2°

1. Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ και ευθεία $\varepsilon // B\Gamma$ που διέρχεται από το A . Αν οι διχοτόμοι $B\Delta$ και ΓE του τριγώνου $AB\Gamma$ τέμνουν την ευθεία ε στα σημεία Z και H αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι
 - i. Το τρίγωνο ABZ είναι ισοσκελές.
 - ii. $ZH=AB+A\Gamma$
2. Από εξωτερικό σημείο Σ κύκλου (K,ρ) θεωρούμε τις τέμνουσες ΣAB και $\Sigma \Gamma \Delta$ του κύκλου για τις οποίες ισχύει $\Sigma B=\Sigma \Delta$. Τα $K\Lambda$ και KM είναι τα αποστήματα των χορδών AB και $\Gamma \Delta$ του κύκλου αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι
 - i. Τα τρίγωνα $KB\Sigma$ και $K\Delta\Sigma$ είναι ίσα.
 - ii. $K\Lambda=KM$
 - iii. Γιατί οι χορδές AB και $\Gamma \Delta$ είναι ίσες.
3. Δίνονται δύο κύκλοι $(K,4)$ και $(\Lambda,7)$. Να βρείτε τη σχετική θέση των δύο κύκλων, όταν
 - i. $\delta=13$
 - ii. $\delta=11$
 - iii. $\delta=6$
 - iv. $\delta=3$
 - v. $\delta=1$

Θέμα 3°

1. Από εξωτερικό σημείο P ενός κύκλου (O,ρ) φέρνουμε τα εφαπτόμενα τμήματα PA και PB . Αν M είναι ένα τυχαίο εσωτερικό σημείο του ευθύγραμμου τμήματος OP , να αποδείξετε ότι
 - i. Τα τρίγωνα PAM και PMB είναι ίσα.
 - ii. Οι γωνίες $M\hat{A}O$ και $M\hat{B}O$ είναι ίσες
2. Δίνονται δύο ομόκεντροι κύκλοι με κέντρο O και ακτίνες ρ και R ($\rho < R$). Οι χορδές $\Delta\Gamma$ και $Z E$ του κύκλου (O,R) εφάπτονται του κύκλου (O,ρ) στα σημεία A και B αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι
 - i. $\Delta\Gamma=Z E$
 - ii. Αν οι $\Delta\Gamma$ και $Z E$ προεκτεινόμενες τέμνονται στο σημείο K , να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $K E \Gamma$ είναι ισοσκελές.

Θέμα 4^ο

Δύο κύκλοι (K, R) και (Λ, ρ) με $R > \rho$ εφάπτονται εσωτερικά στο σημείο M . Έστω επίσης (ε) η κοινή εξωτερική εφαπτομένη των δύο κύκλων και N το αντιδιαμετρικό σημείο του M στον κύκλο (K, R) . Φέρουμε τα εφαπτόμενα τμήματα NA και NB του κύκλου (Λ, ρ) , οι προεκτάσεις των οποίων τέμνουν την (ε) στα σημεία Γ και Δ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι

- i. Το τρίγωνο $N\Gamma\Delta$ είναι ισοσκελές.
- ii. Τα τρίγωνα $M\Gamma A$ και $M\Delta B$ είναι ίσα
- iii. $NE = NZ$
- iv. $\Lambda E = \Lambda Z$