

ΓΕΝΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΙΣ
ΚΑΙ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

Θ Ε Μ Α Τ Α

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Ποτε μια συναρτηση λεγεται γνησια φθινουσα στο πεδιο ορισμου της.

B. Ποτε μια συναρτηση με πεδιο ορισμου της το A λεγεται περιττη.

Γ. Να εξετασετε αν είναι αρτιες η περιττες οι παρακατω συναρτησεις.

i) $f(x) = -\sqrt{x^2 - 4}$, ii) $f(x) = \begin{cases} -x^2, & \text{αν } x \leq 0 \\ x^2, & \text{αν } x > 0 \end{cases}$

Δ. Δινεται η συναρτηση $f(x) = -\sqrt{9 - x^2}$

i) Να μελετηθει ως προς τη μονοτονια της

ii) Να βρεθει το συνολο τιμων της.

iii) Να εξετασθει αν είναι αρτια η περιττη.

iv) Η γραφικη της παρασταση τεμνει την ευθεια $\psi = -4$? Δικαιολογειστε την απαντηση σας.

ΘΕΜΑ 2^ο

Δινεται συναρτηση $f(x) = \eta\mu\left(\frac{3\pi}{2} - 3x\right) + 3 \cdot \sigma\upsilon\nu(-3x + \pi) + \sqrt{2}$

i) Να δειχθει ότι $f(x) = -4 \cdot \sigma\upsilon\nu(3x) + \sqrt{2}$

ii) Να βρεθει το συνολο τιμων της.

iii) Να βρεθουν στο διαστημα μιας περιοδου της τα σημεια τομης της καμπυλης της με την ευθεια $\psi = 3 \cdot \sqrt{2}$.

ΘΕΜΑ 3^ο

Θεωρουμε την συναρτηση $f(x) = \alpha - 1 + \beta \cdot \sigma\upsilon\nu(\gamma \cdot \pi \cdot x)$, με $\alpha > 1, \beta, \gamma > 0$

η οποια εχει περιοδο $T=4$, μεγαστη τιμη το 5, και η γραφικη της παρασταση διερχεται από το σημειο $M\left(\frac{16}{3}, \frac{1}{2}\right)$

α) Να δειξετε ότι $f(x) = 2 + 3 \cdot \sigma\upsilon\nu\frac{\pi \cdot x}{2}$

β) Να λυσετε την εξισωση: $f\left(\frac{x}{\pi}\right) - f\left(\frac{2 \cdot x}{\pi}\right) = 0$

γ) Να λυσετε την εξισωση: $f(x) = 5 + 2 \cdot \eta\mu^2 \frac{\pi \cdot x}{2}$

ΘΕΜΑ 4⁰

Το σχημα που δινεται είναι η γραφικη παρασταση μιας συναρτησης $f(x)$.

i) Να βρεθει ο τυπος της.

ii) Δινεται η $g(x) = -\frac{1}{4} - \frac{3}{4} \cdot \eta\mu\left(\pi - \frac{1}{2} \cdot x\right)$.

iii) Να βρεθει το μεγαστο και το ελαχιστο της.

iii) Να βρεθει η περιοδος της.

iv) Να λυθει η εξισωση: $f(x) + 2 \cdot g(x) = 0$