

**ΘΕΜΑΤΑ**

**Θέμα 1°**

1. Ποιες είναι οι συντεταγμένες του μέσου ενός διανύσματος  $\overline{AB}$ ; Να το αποδείξετε.
2. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά  
Αν  $\vec{a}=(x_1, y_1)$  και  $\vec{\beta}=(x_2, y_2)$ 
  - i. Αν  $\vec{a}=\vec{\beta} \Leftrightarrow \dots\dots\dots$
  - ii. Αν  $\vec{a}=0 \Leftrightarrow \dots\dots\dots$
  - iii. Αν  $\vec{a} \neq 0$  ισχύει ότι  $\vec{a} // \chi\chi'$   $\Leftrightarrow \dots\dots\dots$  και  $\vec{a} // \psi\psi' \Leftrightarrow \dots\dots\dots$
  - iv.  $\lambda\vec{a} + \mu\vec{\beta} = (\dots\dots\dots, \dots\dots\dots)$
  - v.  $|\vec{a}| = \dots\dots\dots$
  - vi. Ο συντελεστής διεύθυνσης του  $\vec{a}$  είναι  $\dots\dots\dots$  και του  $\vec{\beta}$  είναι  $\dots\dots\dots$
3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ασκήσεις ως σωστές (Σ) ή λάθος (Λ)
  - i. Αν A(3,2) και B(4,3), τότε  $\overline{AB} = i + j$
  - ii. Αν  $\vec{a} = (1, -1)$  τότε  $(\vec{a}, \hat{x'x}) = 135^\circ$
  - iii. Αν A(x,ψ) και B(x,ω), τότε  $\overline{AB} // \chi\chi'$
  - iv. Αν A(x<sub>1</sub>, ψ<sub>1</sub>) και B(x<sub>2</sub>, ψ<sub>2</sub>) με x<sub>1</sub> ≠ x<sub>2</sub>, τότε το διάνυσμα  $\overline{AB}$  έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\lambda = \frac{\psi_1 - \psi_2}{x_1 - x_2}$
  - v. Αν  $\vec{a}=0$  τότε για οποιοδήποτε διάνυσμα  $\vec{\beta}$  ισχύει ότι  $D(\vec{a}, \vec{\beta})=0$

**Θέμα 2°**

1. Θεωρούμε τα σημεία A(1+2α, 4α-2) και B(5α+1, -α), α ∈ Z
  - α) Να γράψετε το  $\overline{AB}$  συναρτήσει του α και να βρείτε το α ώστε  $|\overline{AB}|=10$ .
  - β) Έστω α=2. Να βρείτε σημείο M του άξονα xχ' ώστε το τρίγωνο MAB να είναι ισοσκελές με βάση την AB.
2. Δίνονται τα σημεία A(1,-2), B(3,4) και Γ(μ, 4μ-3). Να βρείτε για ποια τιμή του μ ∈ R τα σημεία A, B, Γ είναι συνευθειακά.

**Θέμα 3°**

1. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{a} = (x+1, 2)$  και  $\vec{\beta} = (x, 2x+1)$

- i. Να δείξετε ότι τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  δεν είναι συγγραμμικά για κάθε  $\chi$ .
- ii. Για  $\chi = -3$  να βρείτε τη γωνία που σχηματίζει το  $\vec{\alpha}$  με τον άξονα  $\chi\chi'$ .
- iii. Για  $\chi = -1$  να γράψετε το διάνυσμα  $\vec{\gamma} = 3i$  ως γραμμικό συνδυασμό των  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$
- iv. Για  $\chi = -2$  να βρείτε ένα διάνυσμα αντίρροπο του  $\vec{\alpha}$  και να έχει μέτρο  $\sqrt{10}$ .

- 2. Δίνονται τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (\mu, \mu+2)$ ,  $\mu$  πραγματικός αριθμός, και  $\vec{\beta} = (6, 8)$ 
  - i. Να βρείτε τον συντελεστή διεύθυνσης του διανύσματος  $\vec{\beta}$
  - ii. Αν το  $\vec{\alpha}$  έχει συντελεστή διεύθυνσης  $\frac{3}{2}$  να βρείτε
    - a. Τον αριθμό  $\mu$
    - b. Τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα  $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - \vec{\beta}$  με τον άξονα  $\chi\chi'$
    - c. Τη γωνία που σχηματίζει το διάνυσμα  $\vec{\delta} = -7\vec{\alpha} + 5\vec{\beta}$  με τον άξονα  $\chi\chi'$

#### Θέμα 4<sup>ο</sup>

- 1. Δίνονται διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$  για τα οποία ισχύουν οι σχέσεις  $3\vec{\alpha} + 2\vec{\beta} = (-2, 9)$  και  $\vec{\alpha} - 2\vec{\beta} = (10, -5)$ 
  - i. Να βρείτε τα διανύσματα  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$
  - ii. Να γράψετε το διάνυσμα  $\vec{\gamma} = (4, 7)$  ως γραμμικός συνδυασμός των  $\vec{\alpha}$  και  $\vec{\beta}$
  - iii. Να βρείτε διάνυσμα  $\vec{v} \neq \vec{\beta}$  για το οποίο ισχύουν  $(\vec{v} - \vec{\beta}) // \vec{\alpha}$  και  $|\vec{v}| = 5$
  
- 2. Εστω το  $O\chi\psi$  και τα σημεία  $A(1, 3)$ ,  $B(5, 1)$ . Αν  $4\vec{OG} = 2\vec{OA} + \vec{AB}$  και  $M$  το μέσον του  $AB$ 
  - i. Να βρείτε τις συντεταγμένες των  $\vec{OG}$  και  $\vec{OM}$ .
  - ii. Να αποδείξετε ότι τα σημεία  $O, \Gamma, M$  είναι συνευθειακά;
  - iii. Είναι τα  $\vec{AB}$  και  $O\Gamma$  παράλληλα;
  - iv. Να βρείτε το  $\lambda$ , όταν  $\vec{OG} = \lambda \vec{GM}$
  - v. Να βρείτε την γωνία του διανύσματος  $\vec{AB}$  με το  $\chi\chi'$

Καλή Επιτυχία!!