

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΘΕΤΙΚΟΥ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ Γ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΟΡΙΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗΣ ΣΤΟ $\chi_0 \in \mathbb{R}$

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1⁰

A) Να χαρακτηρίσετε τις παρακατω προτασεις σαν σωστες Σ η λαθος Λ.

i) Αν $\lim_{x \rightarrow \chi_0} |f(x)| = l$ τότε $\lim_{x \rightarrow \chi_0} f(x) = l$ η - l Σ Λ

ii) Αν $\lim_{x \rightarrow \chi_0} f(x) < 0$ τότε $f(x) < 0$ κοντα στο χ_0 Σ Λ

iii) Ισχυει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \eta\mu \frac{1}{x} = 0$ Σ Λ

iv) Αν $f, g \in (\alpha, \chi_0) \cup (\chi_0, \beta)$ και $\lim_{x \rightarrow \chi_0} f(x) = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow \chi_0} (f \cdot g)(x) = 0$
Σ Λ

v) Αν $\lim_{x \rightarrow \chi_0} f^2(x) = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow \chi_0} f(x) = 0$ Σ Λ

B) Να υπολογισετε τα παρακατω ορια:

i) $\lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{x+9} - 2}$ ii) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2^{x+1} - 2^{2x} + 8}{4^x - 16}$

iii) $\lim_{x \rightarrow e} \frac{\ln^2 x + \ln x - 2}{\ln x - 1}$ iv) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x-3| + |x-2| - 1 - 2x^2}{x^2 - 3x + 2}$

ΘΕΜΑ 2⁰

A) Να βρεθουν τα ορια:

i) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - \lambda}$ ii) $\lim_{x \rightarrow \lambda} \frac{x^2 - 4}{x^3 - 3x^2}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ iii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + \alpha^2} - \alpha}{\sqrt{x^2 + \beta^2} - \beta}$ αν α) $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_+$, $\alpha, \beta \neq 0$ β) $\alpha, \beta \in \mathbb{R}_-$ και $\alpha, \beta \neq 0$

B) Αν $\alpha + \beta + \gamma = 0$ να βρεθει το $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\alpha \cdot x^\nu + \beta \cdot x^\mu + \gamma}{x - 1}$ $\mu, \nu \in \mathbb{N}$

Γ) Να βρεθουν τα $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ωστε $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\alpha \cdot x^4 + \beta \cdot x^5 - 2}{x - 2} = 2$

ΘΕΜΑ 3⁰

A) Να υπολογισθουν τα παρακατω ορια: i) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \eta\mu x}{(\frac{\pi}{2} - x)^2}$ ii) $\lim_{x \rightarrow a} ((\alpha^2 - x^2) \cdot \epsilon\varphi \frac{\pi \cdot x}{2 \cdot \alpha})$ iii)

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \eta\mu 3 \cdot x}{2 \cdot x - 3 \cdot \eta\mu 2 \cdot x}$

Β) Εστω η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} =$

2. Να βρείτε το $\lim_{\chi \rightarrow 0} \frac{f^2(x) + x \cdot f(x) + x \cdot \eta \mu \chi}{f^2(x) + x^2 + \eta \mu^2 \chi}$

ΘΕΜΑ 4⁰

Α) Αν $|h(x)| \leq 2017$ για κάθε $\chi \in \mathbb{R}$ και $h(x) \neq 0$, $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{g(x)}{h(x)} = 1$ να δείξετε ότι: $\lim_{x \rightarrow x_0} (g(x) - h(x)) = 0$

Β) Αν $\lim_{\chi \rightarrow \chi_0} (f^2(x) + g^2(x)) = 0$ να βρείτε τα όρια : $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$

Γ) Αν $f^2(x) + g^2(x) - 4 \cdot f(x) - 6 \cdot g(x) + 13 \leq \sqrt{|x|}$ να υπολογίσετε το όριο
: $\lim_{x \rightarrow 0} (f^{2018}(x) + (g(x) - 1)^{2017})$