

ΑΛΓΕΒΡΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ  
ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ ΚΕΦΑΛΑΙΑ

ΜΟΝΟΤΟΝΙΑ-ΑΚΡΟΤΑΤΑ-ΑΡΤΙΑ-ΠΕΡΙΤΤΗ ΣΥΝΑΡΤΗΣΗ ΚΑΙ ΤΡΙΓΩΝΟΜΕΤΡΙΚΕΣ  
ΤΑΥΤΟΤΗΤΕΣ-ΑΝΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΠΡΩΤΟ ΤΕΤΑΡΤΗΜΟΡΙΟ

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

A) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις σαν σωστές Σ ή λαθος Λ.

I) Αν μια συνάρτηση  $f$  είναι γνησια αυξουσα τότε η  $-f$  είναι γνησια φθινουσα  
Σ-Λ

II) Αν μια συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  είναι γνησια αυξουσα κα εχει ριζα το 2 τότε για  $x < 2$  η  $f(x) < 0$  και για  $x > 2$  η  $f(x) > 0$   
Σ-Λ

III) Αν μια συνάρτηση είναι αρτια η περιττη και εχει ριζα τον αριθμο  $\rho$  τότε θα εχει ριζα και το  $-\rho$  Σ-Λ

IV) Αν η ελαχιστη τιμη μιας συναρτησης είναι ιση με 2 τότε η γραφικη της παρασταση τεμνει τον οριζοντιο αξονα.  
Σ-Λ

V) Αν η  $f$  είναι περιττη τότε η  $-f$  είναι αρτια Σ-Λ

B) Δινεται η συναρτηση  $f(x) = -\sqrt{4-x^2}$

i) Να βρειτε το πεδιο ορισμου. ii) να εξετασετε αν είναι αρτια η περιττη

iii) να τη μελετησετε ως προς τη μονοτονια της και τα ακροτατα της.

iv) να βρειτε το συνολο τιμων της.

Γ) Δινονται οι συναρτησεις:  $f(x) = x^2 - 1$  και  $g(x) = -x^2 + 1$

i) να βρειτε τα σημεια τομης τους και τα σημεια τομης τους με τους αξονες.

ii) να βρειτε το εμβαδον του τετραπλευρου που σχηματιζουν τα σημεια τομης.

ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Μια συνάρτηση  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  της οποιας η γραφικη παρασταση διερχεται από τα σημεια  $A(-2, \frac{1}{2})$  και  $B(4, 3)$  και ισχυει οτι:  $2 \cdot f^2(x) - 7 \cdot f(x) \leq -3$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ .

A) να βρειτε το συνολο τιμων της.

B) να δειξετε οτι η συναρτηση:  $h(x) = |f(x) - \frac{1}{2}| - |3 - f(x)| + \frac{7}{2} = 2 \cdot f(x)$

Γ) αν επι πλεον γνωριζουμε οτι η  $f$  είναι γνησια μονοτονη τότε i) να βρεθει το ειδος μονοτονιας της. ii) να λυθουν οι εξισωσεις: i)  $h(x) = 1$  ii)  $\frac{1}{2} \cdot h(x) = 3$

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

A) να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των γωνιών: i)  $1305^{\circ}$  ii)  $\frac{33\pi}{4}$  rad

B) να βρείτε το προσήμο των παραστάσεων:

$$A = \varepsilon\varphi 200^{\circ} + \eta\mu 135^{\circ} - \sigma\varphi 280^{\circ}, B = \eta\mu 2 - \sigma\upsilon\nu 3$$

Γ) να βρείτε μεταξύ ποιων αριθμων βρισκεται η παρασταση :  $K = 5 - 4 \cdot \sigma\upsilon\nu^2 \chi$ .

Δ) να δείξετε ότι η παρασταση:  $A = 2 \cdot \sigma\upsilon\nu^2 \chi - \sigma\upsilon\nu \chi - 3$  παίρνει μη θετικές τιμές για κάθε γωνία  $\chi$ .

### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

A) αν  $\eta\mu \chi + \sigma\upsilon\nu \chi = \kappa$ , να υπολογίσετε σαν συναρτηση του  $\kappa$  τις παρακατω παραστασεις:

i)  $\eta\mu \chi \cdot \sigma\upsilon\nu \chi$  ii)  $\eta\mu^3 \chi + \sigma\upsilon\nu^3 \chi$  iii)  $\eta\mu^4 \chi + \sigma\upsilon\nu^4 \chi$

B) να δείξετε τις παρακατω ισότητες: i)  $\frac{1 + \sigma\varphi^7 \chi}{1 + \varepsilon\varphi^7 \chi} = \left( \frac{1 + \sigma\varphi \chi}{1 + \varepsilon\varphi \chi} \right)^7$

ii) αν  $0 \leq \chi < \frac{\pi}{2}$  να δείξετε οτι:  $\frac{\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu \chi} - \sqrt{1 + \sigma\upsilon\nu \chi}}{\sqrt{1 - \sigma\upsilon\nu \chi} + \sqrt{1 + \sigma\upsilon\nu \chi}} = \frac{\eta\mu \chi - 1}{\sigma\upsilon\nu \chi}$

Γ) Εστω συναρτηση:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  η οποια είναι γνησια αυξουσα και το 1 είναι ριζα της. Αν  $0 < \varphi < \pi$  τότε να δείξετε οτι:  $f(|\sigma\upsilon\nu \varphi|) < 0$

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ