Διαγώνισμα Β Λυκείου

Μαθηματικά Προσανατολισμού

Όνομα :

ΘΕΜΑΤΑ

1^{ο} ΘΕΜΑ

1. Ποια ονομάζονται ίσα και ποια αντίθετα διανύσματα; Πότε δύο διανύσματα είναι παράλληλα;
2. Αν Μ είναι το μέσο ενός ευθύγραμμου τμήματος ΑΒ τότε ποιος είναι ο τύπος **και** να τον αποδείξετε.
3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ)
   i. Το μέτρο ενός διανύσματος $\vec{\alpha}$ είναι μη αρνητικός αριθμός
   ii. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι αντίρροπα ,τότε έχουν την ίδια διεύθυνση.
   iii. Αν τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ έχουν την ίδια διεύθυνση , τότε είναι ομόρροπα.
   iv. Αν ισχύει $\overrightarrow{AM}$= $\overrightarrow{MB}$, τότε το Μ είναι μέσον της ΑΒ.
   v. Τα αντίθετα διανύσματα είναι αντίρροπα.
   vi. Αν | $\vec{\alpha}$ - $\vec{\beta}$ | = 0 ,τότε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι ίσα.
   vii. Αν | $\vec{\alpha}$ + $\vec{\beta}$ | = 0 ,τότε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι αντίθετα.
   viii. Αν | $\vec{\alpha}$ + $\vec{\beta}$ |= |$\vec{\alpha}$| + |$\vec{\beta}$| , τότε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ είναι ομόρροπα.
   ix. Αν κ$\vec{\alpha} = \lambda\vec{\alpha}$, τότε κ = λ για κάθε διάνυσμα $\vec{\alpha}$.

2^{ο} ΘΕΜΑ

1. Δίνονται διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}$ και $\vec{\gamma}$ με $\vec{\alpha}\uparrow\uparrow\vec{\beta}$ και $\vec{\alpha}\uparrow\downarrow\vec{\gamma}$, για τα οποία ισχύουν |$\vec{\alpha}$| =2 , | $\vec{\alpha}$ + $\vec{\beta}$ |=7 και | $\vec{\alpha}$ + $\vec{\gamma}$ |=9 . Να βρείτε
   i. το |$\vec{\beta}$|
   ii. το |$\vec{\gamma}$|
   iii. το | $\vec{\beta}$ + $\vec{\gamma}$ |

2. Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}, \vec{\gamma}$ και $\vec{\delta}$ για τα οποία ισχύουν
   - |$\vec{\alpha}$| =7 , |$\vec{\beta}$| =5 και |$\vec{\delta}$| =8
   - $\vec{\alpha}\uparrow\downarrow\vec{\gamma}$ και $\vec{\beta}\uparrow\downarrow\vec{\gamma}$

- $|\vec{\alpha}+\vec{\gamma}|=5$ και $|\vec{\beta}+\vec{\gamma}|=3$

  Να αποδείξετε ότι $6\leq|\vec{\gamma}+\vec{\delta}|\leq10$

3. Εστω Α, Β ,Γ και Δ σημεία μη συνευθειακά ανα τρία για τα οποία ισχύει ότι :

   $\overrightarrow{A\Gamma}-\overrightarrow{E\Gamma}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{B\Gamma}-\overrightarrow{A\Delta}$

   Να αποδείξετε ότι το τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο.

3ο ΘΕΜΑ

1. Σε παραλληλόγραμμο ΑΒΓΔ με $\overrightarrow{AB}=\vec{\alpha}$ και $\overrightarrow{A\Delta}=\vec{\beta}$. Θεωρούμε σημεία Ε και Ζ στην ΑΔ και στη διαγώνιο ΑΓ αντίστοιχα ,ώστε $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{A\Delta}$ και $\overrightarrow{AZ}=\frac{1}{4}\overrightarrow{A\Gamma}$. Να αποδείξετε ότι

   i. $\overrightarrow{AZ}=\frac{1}{4}(\vec{\alpha}+\vec{\beta})$

   ii. $\overrightarrow{EZ}=\frac{1}{4}(\vec{\alpha}-\frac{1}{3}\vec{\beta})$ και να υπολογίσετε το $\overrightarrow{EB}$ με τη βοήθεια των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$

   iii. Τα σημεία Ε,Ζ και Β είναι συνευθειακά

2. Θεωρούμε τα διανύσματα $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta},\vec{\gamma}$ και τυχαίο σημείο Ο . Αν $\overrightarrow{OA}=\vec{\alpha}+2\vec{\beta}+5\vec{\gamma}$, $\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{-\alpha}+3\vec{\beta}+4\vec{\gamma}$ και $\overrightarrow{O\Gamma}=3\vec{\alpha}+\vec{\beta}+6\vec{\gamma}$,τότε

   i. Να εκφράσετε τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$ συναρτήσει των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$, $\vec{\beta}\ \kappa\alpha\iota, \vec{\gamma}$

   ii. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α ,Β και Γ είναι συνευθειακά.

4ο ΘΕΜΑ

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ και έστω Μ το μέσο του ΒΓ.

Α. Αν για το σημείο Κ ισχύει ότι $2\overrightarrow{A\Gamma}-3\overrightarrow{K\Gamma}=\overrightarrow{\Gamma B}$, να αποδείξετε ότι

$\overrightarrow{AK}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$

Β. Αν για το σημείο Λ ισχύει ότι $3\overrightarrow{A\Lambda}=8\overrightarrow{AM}-5\overrightarrow{AB}$, να αποδείξετε ότι

$\overrightarrow{\Gamma\Lambda}=\frac{1}{3}\overrightarrow{B\Gamma}$

Γ. Θεωρούμε τα σημεία Κ και Λ των ερωτημάτων α και β και επιπλέον σημείο Ν της πλευράς ΑΓ τέτοιο ώστε $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{A\Gamma}$

i. Να γράψετε τα διανύσματα $\overrightarrow{K\Lambda}$ και $\overrightarrow{KN}$ συναρτήσει των $\overrightarrow{AB}$ και $\overrightarrow{A\Gamma}$

ii. Να αποδείξετε ότι τα σημεία Κ , Ν και Λ είναι συνευθειακά

Καλή Επιτυχία!!