

## Γεωμετρία Α Λυκείου

### 1<sup>ο</sup> Διαγώνισμα

Όνομα :

### ΘΕΜΑΤΑ

#### Θέμα 1<sup>ο</sup>

1. Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.
2. Να συμπληρώσετε τα κενά
  - A. Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο:
    - Οι..... στη βάση γωνίες είναι ίσες.
    - Η διχοτόμος της γωνίας της κορυφής είναι ..... και .....
  - B. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν την ..... και μία ..... γωνία αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
  - Γ. Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν την ..... και μία ..... πλευρά αντίστοιχα ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.
  - Δ. Ο κύκλος είναι ένας γεωμετρικός τόπος, αφού όλα τα σημεία του και μόνον αυτά έχουν την ιδιότητα να απέχουν μια ορισμένη απόσταση από ένα ..... σημείο.
  - Ε. Η μεσοκάθετος ενός τμήματος είναι επίσης ένας γεωμετρικός τόπος, αφού όλα τα σημεία της και μόνον αυτά έχουν την ιδιότητα να ..... από τα άκρα του τμήματος.
  - ΣΤ . Η διχοτόμος μιας γωνίας είναι ένας άλλος γεωμετρικός τόπος, αφού όλα τα σημεία της και μόνον αυτά (από τα σημεία της γωνίας..... από τις πλευρές της γωνίας
3. Να αποδείξετε ότι σε ένα ισοσκελές τρίγωνο οι γωνίες στις προσκείμενες στη βάση είναι ίσες.
4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ)
  - i. Δύο ισόπλευρα τρίγωνα με ίσες περιμέτρους είναι ίσα
  - ii. Δύο τρίγωνα που έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία είναι ίσα
  - iii. Δύο τόξα ενός κύκλου είναι ίσα όταν οι αντίστοιχες χορδές είναι ίσες
  - iv. Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν τις οξείες τους γωνίες ίσες μία προς μία.
  - v. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία, τότε θα έχουν και την τρίτη τους πλευρά ίση.

- vi. Το άθροισμα δύο γωνιών κάθε τριγώνου είναι μικρότερο από  $180^\circ$
- vii. Αν μία γωνία ενός τριγώνου είναι ορθή ή αμβλεία, τότε η απέναντί της πλευρά είναι η μεγαλύτερη πλευρά του τριγώνου
- viii. Κάθε εξωτερική γωνία ενός τριγώνου είναι μικρότερη από τις απέναντι γωνίες του τριγώνου

### Θέμα 2°

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  με βάση  $B\Gamma$ . Στις πλευρές  $AB$  και  $A\Gamma$  θεωρούμε σημεία  $\delta$  και  $E$  αντίστοιχα, ώστε  $B\delta = \Gamma E$  και έστω  $M$  το μέσο της  $\delta E$ .
  - i. Να αποδείξετε ότι η  $AM$  είναι διχοτόμος της γωνίας  $A$ .
  - ii. Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα  $B\delta M$  και  $\Gamma E M$  είναι ίσα.
  - iii. Προεκτείνουμε τη  $\delta E$  κατά ίσα τμήματα  $\delta Z$  και  $E H$ . Να αποδείξετε ότι  $BZ = \Gamma H$ .
2. Έστω τρίγωνο  $AB\Gamma$  και  $O$  σημείο στο εσωτερικό του τριγώνου. Οι  $BO$  και  $\Gamma O$  τέμνουν τις  $A\Gamma$  και  $AB$  στα σημεία  $\Lambda$  και  $M$  αντίστοιχα. Αν ισχύει ότι  $BO = \Gamma O$  και  $O\Lambda = OM$  να αποδείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές.
3. Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και  $I$  το σημείο τομής των διχοτόμων των γωνιών  $\hat{B}$ ,  $\hat{\Gamma}$ . Να αποδείξετε ότι:
  - i) το τρίγωνο  $B\Gamma I$  είναι ισοσκελές,
  - ii) η  $AI$  είναι διχοτόμος της  $\hat{A}$ .

### Θέμα 3°

1. Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο  $AB\Gamma$  ( $AB = A\Gamma$ ) και σημείο  $M$  του ύψους του  $AH$ . Η προέκταση της  $BM$  τέμνει την  $A\Gamma$  στο  $\Delta$  και η προέκταση της  $\Gamma M$  τέμνει την  $B$  στο  $E$ . Να αποδείξετε ότι
  - i.  $B\delta = \Gamma E$
  - ii. Τα σημεία  $E$  και  $\Delta$  ισαπέχουν από την ευθεία  $B\Gamma$
2. Έστω  $AB\Gamma$  ένα ισοσκελές τρίγωνο ( $AB = A\Gamma$ ),  $\Delta$ ,  $E$  σημεία της πλευράς  $B\Gamma$  τέτοια, ώστε  $B\delta = \delta E = E\Gamma$  και  $M$ ,  $P$  τα μέσα των πλευρών  $AB$ ,  $A\Gamma$  αντίστοιχα. Αν  $N$  είναι το σημείο τομής των ευθειών  $M\Delta$  και  $PE$  να αποδείξετε ότι:
  - i)  $M\Delta = PE$
  - ii)  $M\hat{\Delta}A = P\hat{E}A$
  - iii)  $MN = PN$

### Θέμα 4°

1. Θεωρούμε δύο ίσα τρίγωνα  $AB\Gamma$  και  $A'B'\Gamma'$ . Η διάμεσος  $AM$  και η διχοτόμος  $B\delta$  του  $AB\Gamma$  τέμνονται στο  $\Theta$ , ενώ η αντίστοιχη διάμεσος

$A'M'$  και η αντίστοιχη διχοτόμος  $B'D'$  του  $A'B'Γ'$  τέμνονται στο  $\Theta'$ . Να αποδείξετε ότι:

- i)  $B\Delta = B'\Delta'$ ,
  - ii)  $B\hat{A}M = B'\hat{A}'M'$ ,
  - iii) Τα τρίγωνα  $AB\Theta$  και  $A'B'\Theta'$  είναι ίσα,
  - iv)  $A\Theta = A'\Theta'$  και  $\Theta\Delta = \Theta'\Delta'$
2. Δίνεται τρίγωνο  $AB\Gamma$  στο οποίο οι διάμεσοι του  $B\Delta$  και  $\Gamma E$  είναι ίσες μεταξύ τους. Στις προεκτάσεις του ευθύγραμμου τμήματος  $E\Delta$  προς το  $\Delta$  και προς το  $E$  θεωρώ σημεία  $H$  και  $Z$  αντίστοιχα τέτοια ώστε  $\Delta H = E\Delta = ZE$  και φέρνω τις  $AZ$  και  $AH$ . Να δείξετε ότι το τρίγωνο  $AB\Gamma$  είναι ισοσκελές.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!!!!**