

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΕΝΔΟΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΗΣ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗΣ
Β΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
ΠΕΜΠΤΗ 5 ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΥ 2023
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΡΕΙΣ (3)

ΘΕΜΑ Α

1. Ποια είναι η συνθήκη παραλληλίας δύο ευθειών και ποια η συνθήκη καθετότητας;
(Μονάδες 7)
2. Έστω λ_1 και λ_2 οι συντελεστές διεύθυνσης δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ αντίστοιχα. Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.
(Μονάδες 8)
3. Σε καθεμία από τις παρακάτω περιπτώσεις, να σημειώσετε Α αν ο ισχυρισμός είναι αληθής ή Ψ αν είναι ψευδής στην κόλλα σας
 - i. Ισχύει ότι $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = 0$.
 - ii. Αν $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ τότε ισχύει ότι $\overline{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1)$.
 - iii. Ισχύει ότι $\vec{\alpha}^2 \cdot \vec{\beta}^2 = (\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta})^2$.
 - iv. Αν $\varepsilon: Ax + By + \Gamma = 0$, με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$ μια ευθεία του επιπέδου, τότε το διάνυσμα $\vec{\alpha} = (B, A)$ είναι παράλληλο στην ευθεία.
 - v. Αν $\varepsilon: y = y_0$ τότε δεν ορίζεται ο συντελεστής διεύθυνσης της ευθείας.

(Μονάδες 5x2)

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 + 2\lambda - 3)x + (\lambda + 3)y + 2\lambda^2 - 18 = 0, \lambda \in \mathbb{R}$.

1. Να βρείτε τις τιμές του λ ώστε η παραπάνω εξίσωση να παριστάνει ευθεία.
(Μονάδες 9)
2. Να βρεθεί ο λ ώστε η παραπάνω ευθεία να διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
(Μονάδες 7)
3. Για $\lambda = 0$, να βρείτε την ευθεία που ορίζεται από την παραπάνω εξίσωση, καθώς και το σημείο τομής της με την ευθεία $\eta: 2x + y + 3 = 0$.
(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ Γ

Έστω τα μοναδιαία διανύσματα $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ τα οποία σχηματίζουν γωνία $\frac{2\pi}{3}$, καθώς και τα διανύσματα $\vec{u} = 4\vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$ και $\vec{v} = \vec{\beta} - \vec{\alpha}$. Να υπολογίσετε:

1. το εσωτερικό γινόμενο των $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ (Μονάδες 5)
2. τα μέτρα των \vec{u} και \vec{v} (Μονάδες 8)
3. το εσωτερικό γινόμενο των \vec{u} και \vec{v} (Μονάδες 7)
4. την γωνία φ που σχηματίζουν τα διανύσματα \vec{u} και \vec{v} (Μονάδες 5)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται τρίγωνο ΑΒΓ με $A(-2, -1)$ στο οποίο η πλευρά ΒΓ βρίσκεται πάνω στην ευθεία με εξίσωση $2x + 3y = 1$ και το ύψος ΒΔ βρίσκεται πάνω στην ευθεία με εξίσωση $3x + 2y - 4 = 0$. Να βρείτε:

1. τις συντεταγμένες της κορυφής Β (Μονάδες 8)
2. τις εξισώσεις των πλευρών ΑΒ και ΑΓ (Μονάδες 9)
3. τις συντεταγμένες της κορυφής Γ (Μονάδες 8)

ΟΔΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζόμενους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, κατεύθυνση, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων, αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Καμιά άλλη σημείωση δεν επιτρέπεται να γράψετε.** Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας σε όλα** τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας μόνο με μπλε ή μόνο με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ

6. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
7. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: μια (1) ώρα και δεκαπέντε (15) λεπτά μετά τη διανομή των θεμάτων.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ