**Επαναληπτικό Διαγώνισμα Μαθηματικά Κατεύθυνσης**

**Θετικών Επιστημών κ Οικονομίας – Πληροφορικής.**

**Θέματα**

**Θέμα 1ο**

1. Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο  τότε είναι συνεχής σ’ αυτό. Το αντίστροφο ισχύει; Αν όχι δώστε αντιπαράδειγμα.
2. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το Α παρουσιάζει ολικό μέγιστο στο ;
3. Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση ,  είναι παραγωγίσιμη στο R και ισχύει: .
4. Να βρείτε τις παραγώγους των συναρτήσεων:

i)  ii) 

iii)  iv)  στα πεδία ορισμού τους.

**Θέμα 2ο**

Δίνονται οι συναρτήσεις:  .

1. Να βρείτε τις συνθέσεις: , και να εξετάσετε αν είναι ίσες.
2. Να βρείτε αν υπάρχει την .
3. Να δείξετε ότι η εξίσωση:  έχει μια τουλάχιστον ρίζα στο .
4. Να δείξετε ότι: .

**Θέμα 3ο**

Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση  για την οποία ισχύουν:

, , .

1. Να δείξετε ότι , .
2. Να βρείτε το σύνολο τιμών της f και να δείξετε ότι η εξίσωση:  είναι αδύνατη.
3. Έστω η παραγωγίσιμη συνάρτηση  και  με  τα σημεία όπου η  τέμνει τον . Να δείξετε ότι υπάρχει ένα τουλάχιστον  τέτοιο ώστε: .
4. Θεωρούμε επι πλέον τη συνάρτηση  με .

α) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του  ώστε η h να είναι γνήσια αύξουσα.

β) Για  να βρείτε το .

**Θέμα 4ο**

Δίνεται η συνάρτηση  για την οποία ισχύουν: , , .

1. Να δείξετε ότι , .
2. Να δείξετε ότι η συνάρτηση ,  είναι κυρτή.
3. Να δείξετε ότι: , .
4. Θεωρούμε επί πλέον τη συνάρτηση , .

α) Να δείξετε ότι η F είναι γνήσια φθίνουσα.

β) Να λύσετε την ανίσωση: , .